Задания 1 этапа республиканской олимпиады по математике

9 класс

1. Найдите все двузначные числа, которые в два раза больше произведения своих цифр. *(8 баллов)*
2. Целые числа a, b, c и d удовлетворяют равенству a2 + b2 + c2 = d2. Доказать, что число abc делится на 4. *(8 баллов)*
3. Дан треугольник ABC. Точка A1 симметрична вершине A относительно прямой BC, а точка C1 симметрична вершине C относительно прямой AB. Докажите, что если точки A1, B и C1 лежат на одной прямой и C1B = 2A1B, то угол CA1B — прямой. *(8 баллов)*
4. Все трехзначные числа записаны в ряд: 100 101 102 ..... 998 999. Сколько раз в этом ряду после двойки идет нуль?  *(10 баллов)*
5. На столе лежат 2005 монет. Двое играют в следующую игру: ходят по очереди; за ход первый может взять со стола любое нечетное число монет от 1 до 99, второй любое четное число монет от 2 до 100. Проигрывает тот, кто не сможет сделать ход. Кто выиграет при правильной игре? *(10 баллов)*